Software-Qualitätsmanagement

Vorlesung im Modul 10-202-2319 Software-Management

Sommersemester 2014

Prof. Dr. Hans-Gert Gräbe

http://bis.informatik.uni-leipzig.de/HansGertGraebe

Gliederung

1. Testen versus Verifizieren
2. Konditionieren von Programmen
    - Zusicherungen
    - Spezifizieren mit Anfangs- und Endebedingung
3. Programmverifikation
    - Verifikationsregeln
    - Termination von Schleifen
    - Entwickeln von Schleifen
4. Symbolisches Testen

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Testen = Stichprobenartige Überprüfung des Programms

- Auswahl einer möglichst repräsentativen Menge von Eingabedaten
- Test liefert eine gewisse Plausibilität des korrekten Funktionierens, aber keine Sicherheit
- Mit Tests lassen sich nicht nur die Korrektheit, sondern auch andere Parameter (Profiling) erfassen.

Tests haben Überzeugungskraft, aber keine Beweiskraft im streng deduktiven Verständnis. Es bleibt immer ein Rest von Unsicherheit.

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Verifikation = Formal exakte Methode, um durch theoretische Analyse die Konsistenz zwischen Spezifikation und Implementierung für *alle* möglichen Eingabedaten zu **beweisen**.

- Beweis im mathematisch deduktiven Verständnis

Grundstruktur mathematischer Beweise

- modularer Aufbau aus Aussage-Bausteinen mit „Wenn..., dann...“ Struktur
- Verifikation eines neuen Bausteins durch **Beweis** = Zusammensetzen einer Argumentation aus bereits verifizierten Bausteinen nach den Regeln der (math.) Logik

Programm = schrittweise Transformation der Eingabe- in die Ausgabedaten nach einem vorgegebenen Algorithmus

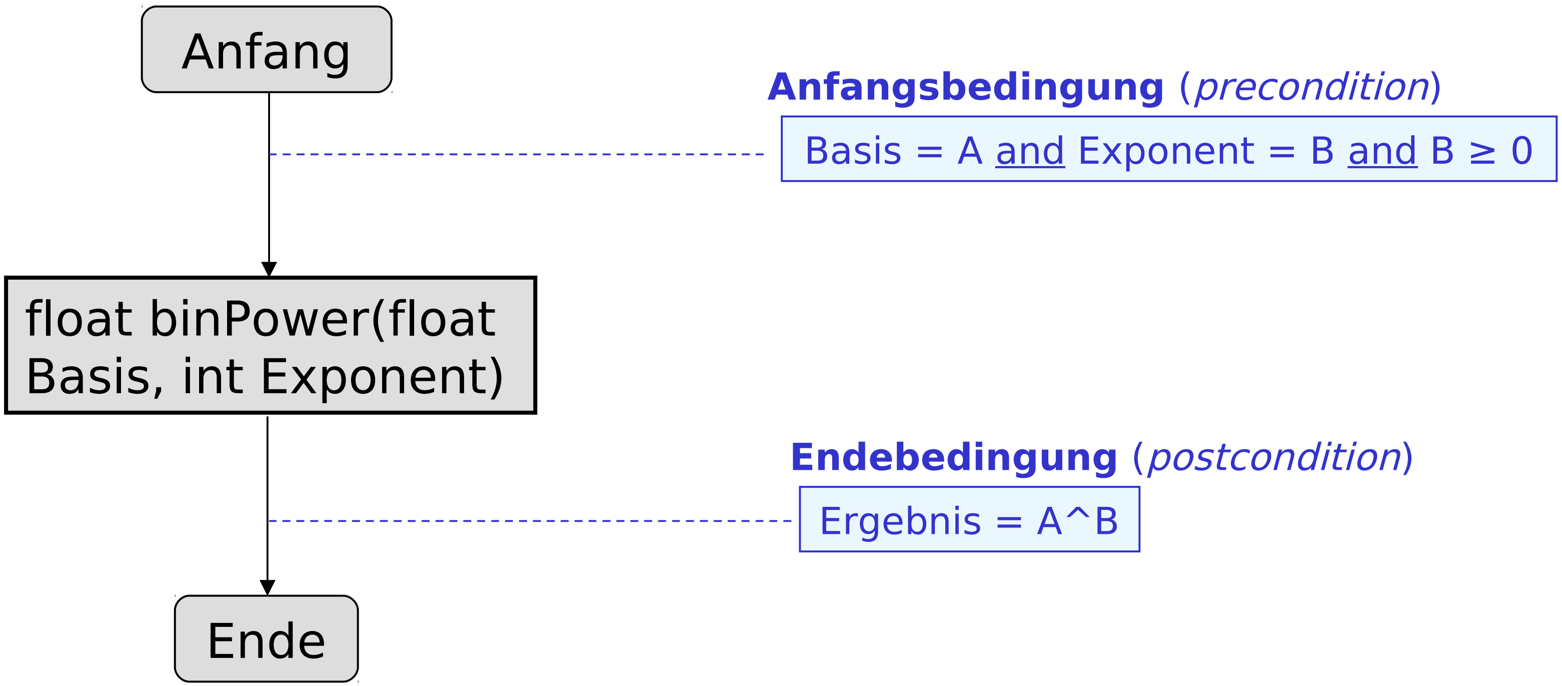
- modularer Aufbau, der für Zwecke der Verifikation entsprechend **konditioniert** werden muss.

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Zusicherungen

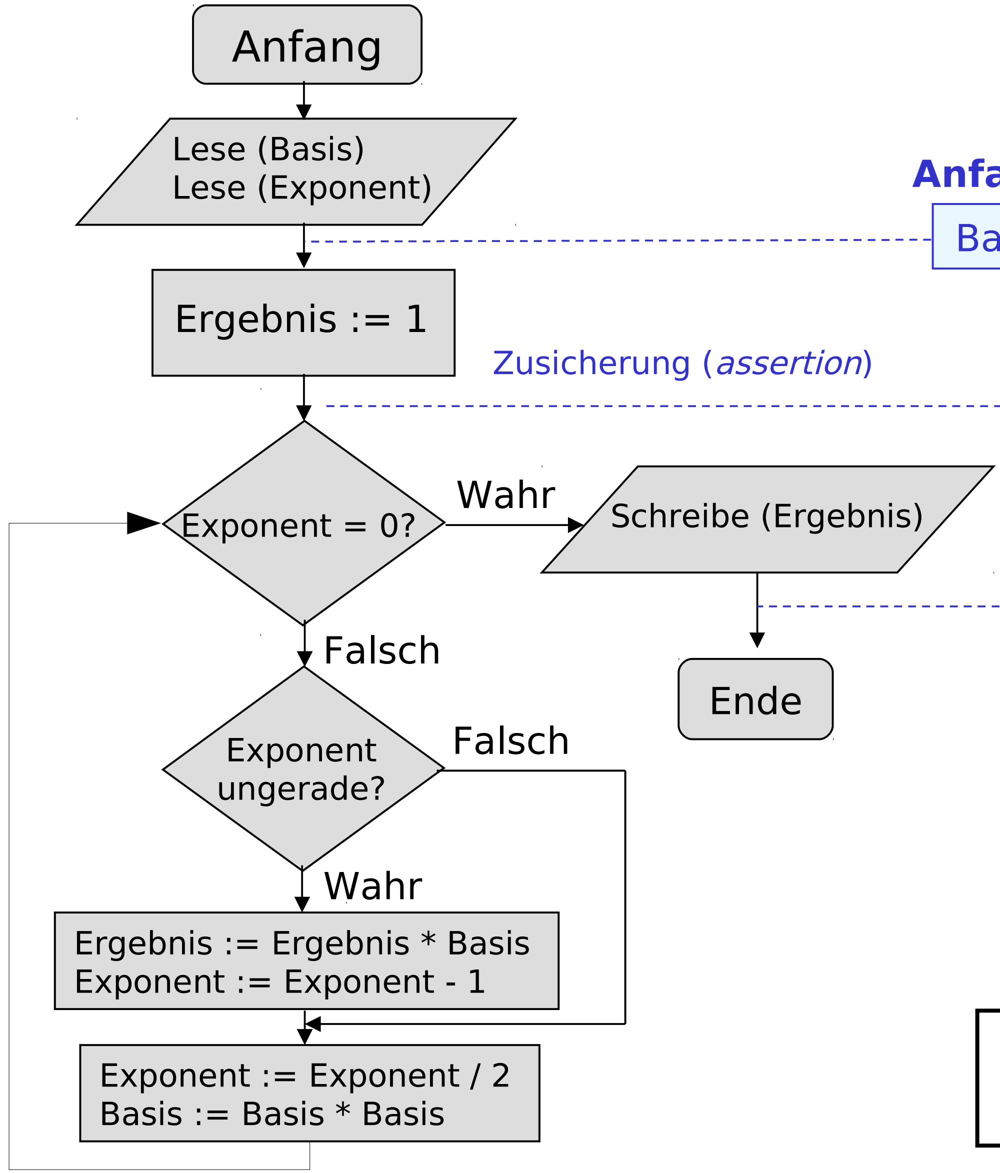
- Konditionierung bedeutet, das Programm in Einheiten von Wenn-Dann-Aussagen zu zerlegen.
- **Zusicherungen** beschreiben dazu bestimmte **Eigenschaften** der Datenlandschaft an vorgegebenen Kontrollpunkten im Programmfluss.
- Logische Aussagen über Werte von Variablen im Programm
  - Formulierung auf unterschiedliche Art und Weise:
    - umgangssprachlich, z. B. x ist nicht negativ
    - formal, z. B. $x \geq 0$
  - gebräuchliche Notationen :
    - Annotation durch gestrichelte Linien am Programmablaufplan
    - Kommentare oder Makros in Programmiersprachen, z. B.
      assert (x >= 0); //Zusicherung ist ungültig, wenn x negativ ist.
    - Ergänzung von Struktogrammen durch abgerundete Rechtecke

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme



Beispiel: Binäres Potenzieren, Spezifikation

2. Konditionierung von Programmen



Anfangsbedingung (*precondition*)

Basis = A and Exponent = B and B ≥ 0

Schleifen-Invariante

Ergebnis*Basis^Exponent = A^B and Exponent ≥ 0

Endebedingung (*postcondition*)

Ergebnis = A^B

Beispiel: Binäres Potenzieren, Programmablaufplan

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Beispiel binäres Potenzieren in Pseudocode-Notation

```
float binPower(float Basis, int Exponent) {
    /* Ass: Basis = A and Exponent = B and B ≥ 0 */ // Anfangsbedingung
    float Ergebnis:=1.0;
    /* Ass: Ergebnis*Basis^Exponent = A^B and Exponent ≥ 0 */
    while (Exponent > 0) {
    /* Schleifeninvariante:
        Ass: Ergebnis*Basis^Exponent = A^B and Exponent > 0 */
        if (isOdd(Exponent)) {
            Ergebnis := Ergebnis * Basis;
            Exponent:= Exponent-1;
        }
        Exponent := Exponent/2;
        Basis := Basis * Basis;
    }
        return Ergebnis;
} /* Ass: Return-Wert = A^B */ // Endebedingung
```

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Beispiel gcd-Berechnung mit dem Euklidischem Algorithmus

```
int Euklid(int a, int b) {
    /* Ass: a = A and b = B */ // Anfangsbedingung
    while (b != 0) {
        /* Ass: gcd(a,b) = gcd(A,B) and b ≠ 0 */
        int r = a mod b; a :=b, b:=r;
    }
    /* Ass: b = 0 and a [=gcd(a,b)] = gcd(A,B) */
        return a;
} /* Ass: Return-Wert = gcd(A,B) */ // Endebedingung
```

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

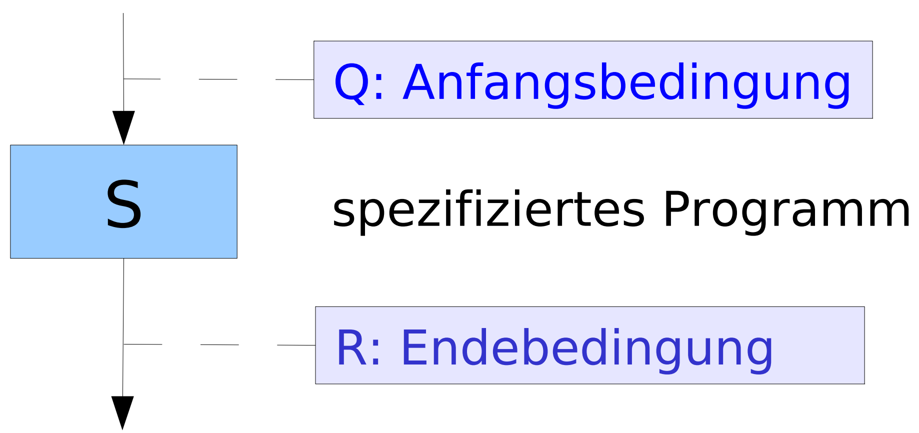
Beispiel Erweiterter Euklidscher Algorithmus

```
(int g, int u, int v) ExtendedEuklid(int a, int b) {
    /* Ass: a = A and b = B */
    int ua:=1; int va:=0; int ub:=0; int vb:=1;
    /* Ass: gcd(a,b) = gcd(A,B) and a = ua*A+va*B and b = ub*A+vb*B */
    while (b != 0) {
        /* Ass: gcd(a,b) = gcd(A,B) and b ≠ 0 and
                      a = ua*A+va*B and b = ub*A+vb*B */
        int q = a div b;
        int r=a-q*b; int uc:=ua-q*ub; int vc:=va-q*vb;
        a :=b, b:=r; ua:=ub; ub:=uc; va:=vb; vb:=vc;
    }
    /* Ass: b = 0 and a [=gcd(a,b)] =gcd(A,B) and a = ua*A+va*B */
        return (a,ua,va);
} /* Ass: g = gcd(A,B) and g = u*A+v*B */
```

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Konditionierung = Programm(teil) in einen Wenn-Dann-Zusammenhang einspannen

- Anfangsbedingung (Vorbedingung, *precondition*),
  - legt zulässige Werte der Variablen vor dem Ablauf des Programms fest
- Endebedingung (Nachbedingung, *postcondition*),
  - legt die gewünschten Werte der Variablen, sowie Beziehungen zwischen den Variablen nach dem Programmlauf fest.



UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Notation:

- in linearem Programmtext: **{Q} S {R}**
- bei Spezifikation ohne konkretes Programm: **{Q} . {R}**

Unterscheide

- zwischen **Zuweisung** und **Zusicherung**
  - Exponent := A (Zuweisung im Programmtext)
  - Exponent = A (Zusicherung im Kontext)
- zwischen **Programmvariablen** und **symbolischen Wertbezeichnern** sowie
- zwischen **Wert vor und nach der Zuweisung.**

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Verifikation des Programms **{ Q } S { R }**
= Mathematisch exakter Beweis der Aussage

„Wenn vorher **Q** erfüllt ist und **S** ausgeführt wird,
dann ist danach **R** erfüllt.“

Beispiele

- Verifikation des Beispiels **binPower**
- Verifikation des Beispiels **Euklid**
- Verifikation des Beispiels **ExtendedEuklid**

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Verifikationsregeln

- **Voraussetzung**: Programm ist aus konditionierten Bausteinen modular zusammengesetzt
  - Korrektheit des gesamten Programms ergibt sich aus der korrekten Zusammensetzung korrekter Teilstrukturen
- **Vorgehen**: Komplexes Programm wird verifiziert durch schritt-weises Zusammensetzen aus **verifizierten einfacheren Strukturen** nach wenigen einfachen **Verifikationsregeln**.
- Folgende Verifikationsregeln existieren:
  - Konsequenz-Regel,
  - Zuweisungs-Regel,
  - Sequenz-Regel,
  - **if**-Regel und
  - **while**-Regel

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Konsequenz-Regel

Gilt **{Q‘} S {R‘}** und

- Q‘ wird durch Q ersetzt, wobei Q schärfer ist als Q‘.
- R‘ wird durch R ersetzt, wobei R schwächer ist als R‘.

so gilt auch **{Q} S {R}.**

Beispiel:

$$\{Q'::= x \leq y\}\ S\ \{R'::= x=y+2\} \Rightarrow \{Q::= x<y\}\ S\ \{R::= y \leq x\}$$

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

- Geht man vorwärts durch ein Programm, so kann man Bedingungen abschwächen:
  - Hinzufügen eines Terms mit **oder**-Verknüpfung
  - Weglassen eines **und**-verknüpften Terms

    → Schwächere Bedingung
- Bei rückwärtiger Abarbeitung eines Programms, dürfen Bedingungen verschärft werden:
  - Hinzufügen eines Terms mit **und**-Verknüpfung
  - Weglassen eines **oder**-verknüpften Terms

    → Schärfere Bedingung
- Notation von Verifikationsregeln als Schlussregel:

$$\frac{\text{Voraussetzungen}}{\text{Schlussfolgerung}} \qquad \frac{Q \Rightarrow Q',\ \{Q'\}\ S\ \{R'\},\ R' \Rightarrow R}{\{Q\}\ S\ \{R\}}$$

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Zuweisungs-Regel

- Die Zuweisung x:=A verändert den Wert von x
  - Beispiel: { y+z = 25 } x:=y+z { x = 25 }
- Allgemeine Struktur: **{ R(A) } x:=A { R(x) }**
  - so zu verstehen: Hat man einen logischen Ausdruck R=R(x) mit der freien Variablen x und bildet Q::=R(A) durch Ersetzen dieser Variablen mit dem Ausdruck A, so ist die Aussage

    { Q } x:=A { R }

    wahr.
- Regel wird eingesetzt beim Rückwärtsarbeiten, um aus einer Nach- eine Vorbedingung abzuleiten:

  Bsp.: { Q? } x := x+25 { x = 2y }

  { R(A) } x‘ = x+25 { R(x‘) ::= x‘ = 2y}

  Als Vorbedingung ergibt sich { Q ::= 2y = x + 25 }

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Sequenz-Regel

Zwei Programmteile S_1 und S_2 können zusammengesetzt werden, wenn die Nachbedingung von S_1 gleich der Vorbedingung von S_2 ist.

$$\frac{\{Q\}\ S_1\ \{P\},\ \{P\}\ S_2\ \{R\}}{\{Q\}\ S_1\ ;\ S_2\ \{R\}}$$

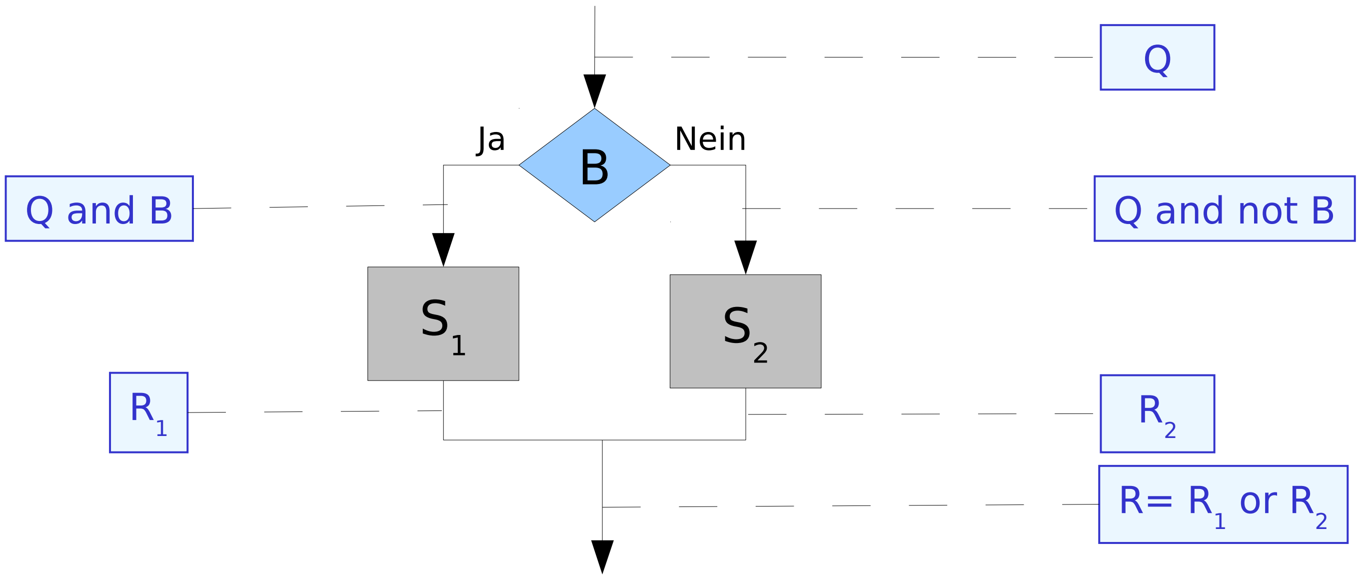
Die Sequenz-Regel kann mit Hilfe der Konsequenz-Regel noch verallgemeinert werden: Es genügt, wenn die Nachbedingung von S_1 „schärfer" ist als die Vorbedingung von S_2, um S_1 und S_2 zu einem Programmstück zusammenzusetzen.

$$\frac{Q \Rightarrow Q_1,\ \{Q_1\}\ S_1\ \{R_1\},\ R_1 \Rightarrow Q_2,\ \{Q_2\}\ S_2\ \{R_2\},\ R_2 \Rightarrow R}{\{Q\}\ S_1\ ;\ S_2\ \{R\}}$$

if-Regel

Gibt an, unter welchen Voraussetzungen zwei Programmstücke S_1 und S_2 und eine Bedingung B zu einer zweiseitigen Auswahl mit der Vorbedingung Q und der Nachbedingung R zusammengesetzt werden können.

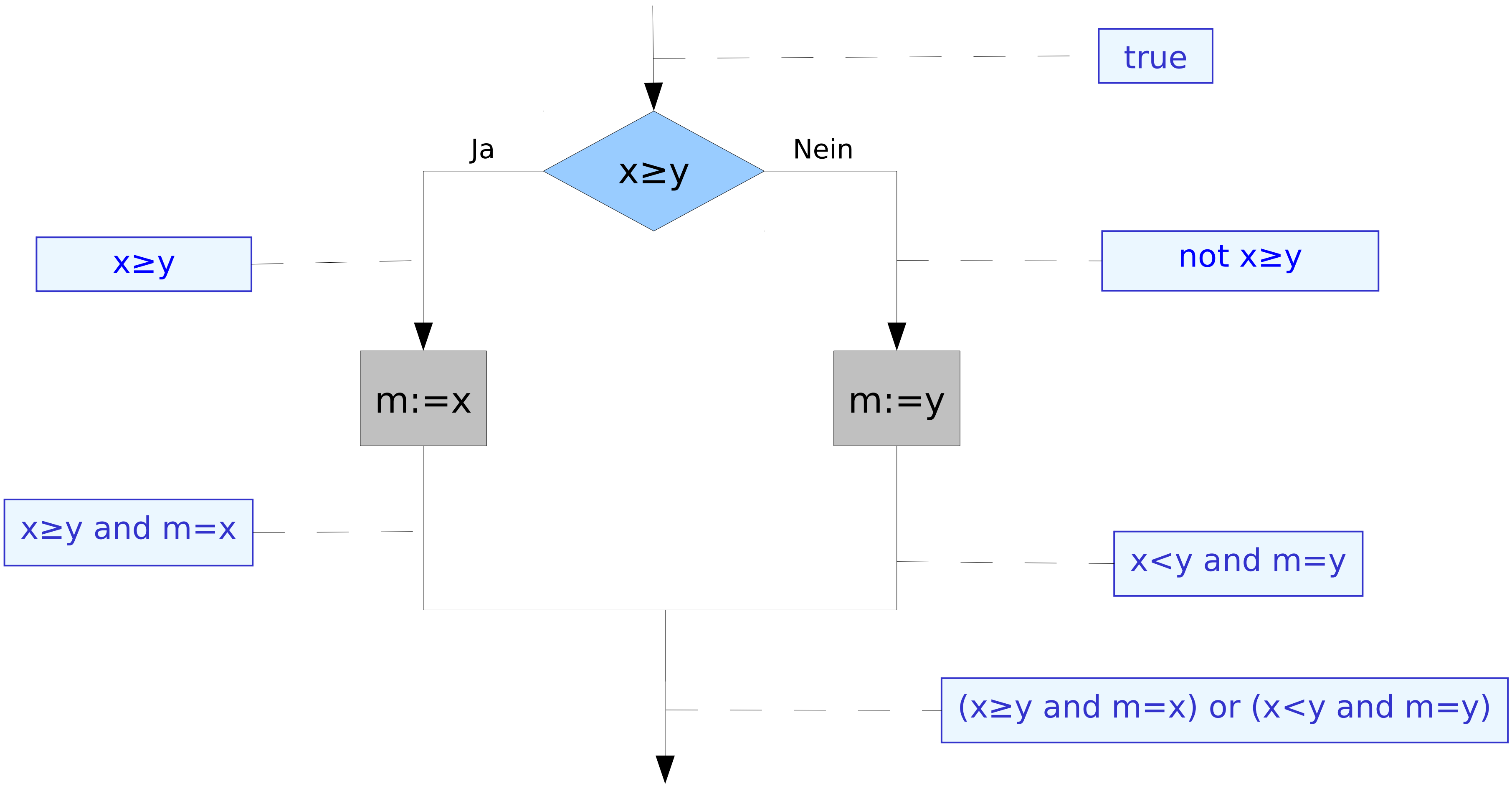
$$\frac{\{Q \text{ and } B\}\ S_1\ \{R\},\ \{Q \text{ and not } B\}\ S_2\ \{R\}}{\{Q\}\ \text{if } B \text{ then } S_1 \text{ else } S_2\ \{R\}}$$



UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Beispiel:

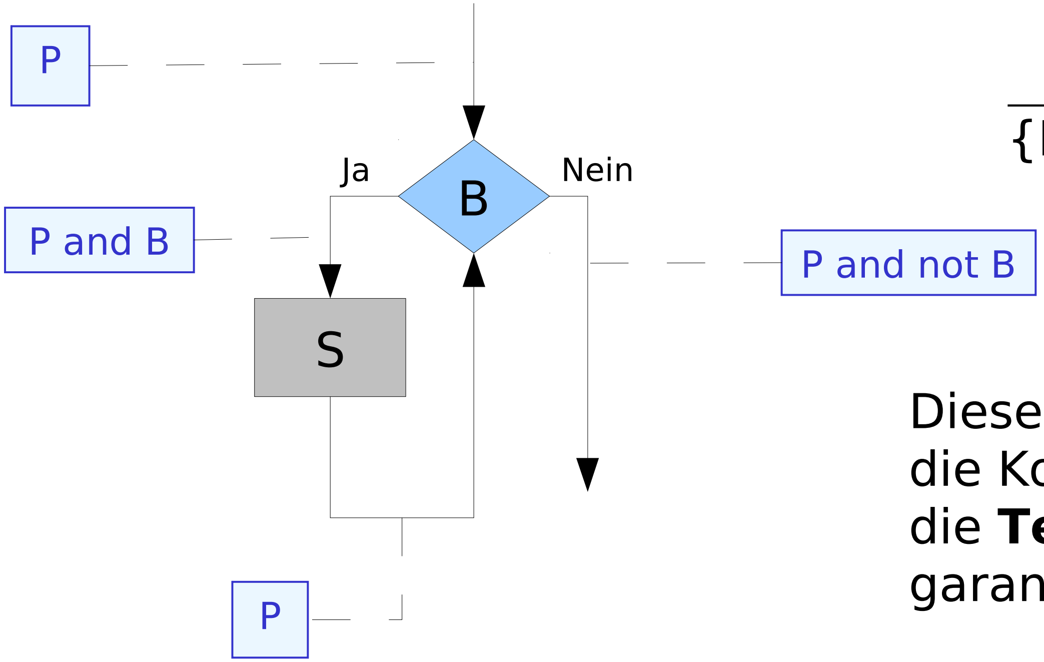
{true} if x≥y then m:=x else m:=y {m=max(x,y)}



UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

while-Regel

- Bei der Verifikation von Schleifen spielt eine invariante Zusicherung **P**, die **Schleifeninvariante** eine entscheidende Rolle.
- Die Invariante gilt vor der Schleife und nach dem Schleifenrumpf.



$$\frac{\{P \text{ and } B\}\ S\ \{P\}}{\{P\}\ \text{while } B \text{ do } S\ \{P \text{ and not } B\}}$$

Diese Regel beweist nur **partiell** die Korrektheit der Schleife, denn die **Termination** wird durch P nicht garantiert.

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Zum Beweis der Termination einer Schleife

- Wiederholungsbedingung B muss irgendwann falsch sein.
- Prüfung der Termination mit Hilfe einer **Terminationsfunktion t**.

➔ **Idee**: Die Terminationsfunktion

$$\mathbf{t} : \text{Programmzustände} \rightarrow \mathbf{Z}$$

ist nach unten beschränkt **und** wird in jedem Schleifendurchlauf kleiner.

Formale Formulierung der Bedingungen für t:

- { P <u>and</u> B <u>and</u> t = T } S { P <u>and</u> t < T } (T ist freie Variable)
- P <u>and</u> B $\Rightarrow$ t $\geq$ 0

Variation: Kettenbedingung auf Halbordnungen

- Beispiel: Termordnungen auf dem Term-Monoid $T=T(x_1,\ldots x_n)$
- es reicht die Kettenbedingung statt Beschränktheit

Konditionierungsregel für Schleifen

Bei gegebener Invariante **P** und Terminationsfunktion **t** muss eine **while**-Schleife folgende Punkte erfüllen:

1. Die Invariante P muss während der Initialisierung der Schleife gesichert werden:

$$\{Q\}\ \text{init}\ \{P\}$$

2. P bleibt im Schleifenrumpf S invariant, t wird bei jedem Ausführen des Schleifenrumpfes verringert.

$$\{P\ \underline{\text{and}}\ B\ \underline{\text{and}}\ t = T\}\ S\ \{P\ \underline{\text{and}}\ t < T\}$$

3. t ist vor jedem Ausführen des Schleifenrumpfes nicht negativ.

$$P\ \underline{\text{and}}\ B \Rightarrow t \geq 0$$

4. Die Nachbedingung R ist eine Folge der Schleifeninvariante.

$$P\ \underline{\text{and}}\ \underline{\text{not}}\ B \Rightarrow R$$

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Entwickeln einer Schleife durch Weglassen einer Bedingung

Gegeben sei eine Spezifikation {Q} . {R: U <u>and</u> V}

1. R wird aufgeteilt in {R = P <u>and</u> <u>not</u> B}: P = U, B = <u>not</u> V
   - Die Invariante P ergibt sich durch Weglassen einer Bedingung.
   - Die weggelassene Bedingung {<u>not</u> V} wird zur Abbruchbedingung.
2. Initialisierung der Invarianten P durch ein Programmstück

   {Q} init {P}
3. Entwicklung eines Schleifenrumpfes mit der Spezifikation

   {P <u>and</u> B} S {P}
4. Hinzufügen der Terminationsbedingung **t**
   - **t** ergibt sich häufig aus dem Vergleich der Initialisierung mit der Abbruchbedingung {<u>not</u> B}.

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Beispiel: *int y = isqrt(int x)   mit y=*$\lfloor$*sqrt(x)*$\rfloor$

{Q: $x \geq 0$} und {R: $y \geq 0$ <u>and</u> $y^2 \leq x$ <u>and</u> $x < (y+1)^2$ }

Aufteilen von R: {P: $y \geq 0$ <u>and</u> $x \geq y^2$ } und {B: $x \geq (y+1)^2$ }

Initialisierung: {Q: $x \geq 0$} y:=0 {P}

Schleife: {P <u>and</u> B} y:=y+1 {P}

{$y \geq 0$ <u>and</u> $x \geq (y+1)^2$ } y‘=y+1 {$y' \geq 0$ <u>and</u> $x \geq y'^2$ }

Terminationsfunktion: **t** := x – y

{P <u>and</u> B <u>and</u> t=T} y:=y+1 {P <u>and</u> t<T}

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Java-Implementierung:

```
int isqrt(int x) {
    int y=0;
    while ((y+1)*(y+1) <= x)
        y=y+1;
    return y;
}
```

oder nach leichter Optimierung

```
int isqrt(int x) {
    int y=1;
    while (y*y <= x)
        y=y+1;
    return (y-1);
}
```

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

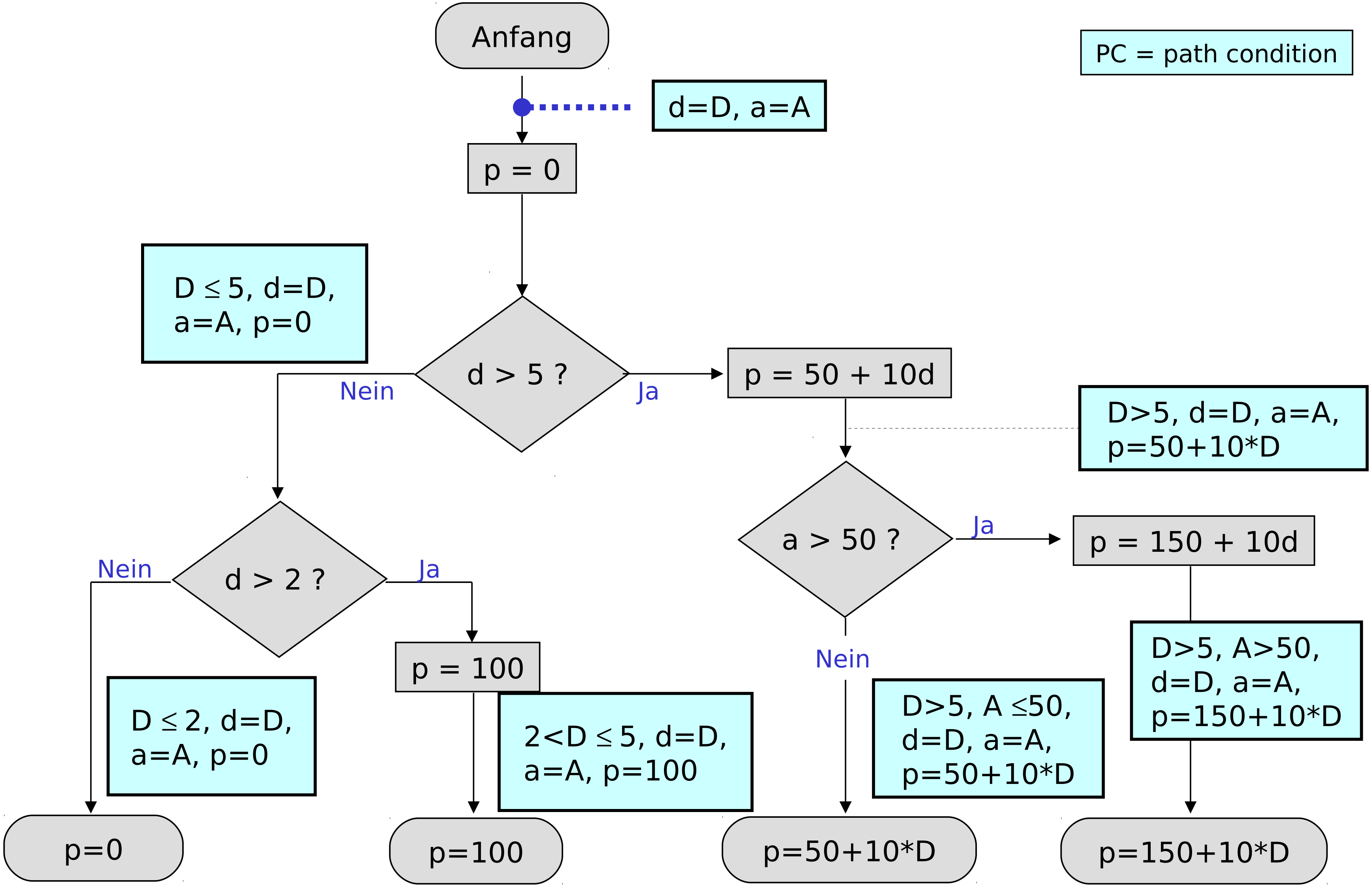
Symbolisches Testen: Überblick

- **Idee**: Die Eingabeparameter des Programms werden mit symbolischen Variablen belegt und längs aller möglicher Kontrollflüsse alle möglichen **Zwischenergebnisse** und **Konditionen** in symbolischer Form bestimmt.
  - Methode ist besonders gut geeignet, wenn sich die an Verzweigungspunkten gültigen Kombinationen boolescher Bedingungen vereinfachen lassen und Zwischenergebnisse arithmetischer Natur sind.
- **Methode hat Beweiskraft** im mathematischen Sinn, <u>wenn</u> die symbolischen Parameter durch <u>alle denkbaren</u> konkreten Parameterwerte ersetzt werden können.
  - etwa darf das Zwischenergebnis y/x nicht ohne die Kondition x!=0 auftreten.
- **Schleifen** lassen sich in diesem Ansatz nur bedingt abbilden.

Beispiel

```
int berechnePraemie(int Dienstjahre, int Alter) {
    Praemie = 0;
    if (Dienstjahre > 5) {
        Praemie = 50 + 10 * Dienstjahre;
        if (Alter > 50) Praemie = Praemie + 100;
    }
    else if (Dienstjahre > 2) Praemie = 100;
    return Praemie;
}
```

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme



UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Beispiel

```
List sort(List(a,b,c)) {
    if (a>b) then (b,a):=(a,b);
    if (b>c) then (c,b):=(b,c);
    if (a>b) then (b,a):=(a,b);
    return List(a,b,c);
}
```